Risoluzione Problemi Campionato Tappa di Novembre

Problema Novembre (cat. 1-2 Media)

Testo:

Alla fattoria di Fazio, è ora di raccogliere il grano matematico, una speciale varietà di cereali che si moltiplica da solo quando inserito nei contenitori. L'autoproduzione funziona così: se vengono inserti 100 chicchi, questi diventano 200; se vengono messi 200 chicchi, questi diverranno 600; se poi se ne mettono 300, questi aumenteranno fino a 1200; e così via per le centinaia successive. Sapendo che a Fazio piace aggiungere nel silos centinaia di chicchi per volta ed in successione (ovvero, prima ne mette 100, poi 200, etc…), e che il silos al massimo ne contiene 91000 in tutto, quanti chicchi possono essere introdotti senza considerare il conseguente aumento?

Svolgimento:

I chicchi che vengono inseriti aumentano attraverso un moltiplicatore crescente. Perciò si ha una "successione" che segue sia il numero di chicchi inserito sia il moltiplicatore di questo quantitativo.
In modo intuitivo, il problema si può risolvere per somme, ovvero, sommando di volta in volta (e tenendo segnato, con anche il moltiplicatore) il valore successivo finché non si arriva a 91000.

100	x2	200
200	x3	600
300	x4	1200
400	x5	2000
500	x6	3000
600	x7	4200
700	x8	5600
800	x9	7200
900	x10	9000
1000	x11	11000
1100	x12	13200
1200	x13	15600

1300	x14	18200
totale		totale
9100		91000

Da qui si può osservare che nel silos possono essere inseriti al massimo 9100 chicchi, che poi in tutto diventeranno 91000.

Problema Novembre (cat. 3 media-1 Superiore)

Testo:

Simone sta pavimentando a mosaico un cerchio disegnato al centro della sala da pranzo della sua villa, senza preoccuparsi di come sarà il bordo del rivestimento. Il costruttore gli ha già mostrato tutti i tipi di piastrella che si possono usare per fare un pavimento senza buchi, e senza tagliarle. Simone è stato categorico: vuole mattonelle a forme di poligoni regolari di un unico tipo, e tutte uguali tra loro. Per ogni forma di piastrella il costruttore gli ha mostrato tre colori diversi. Quante piastrelle il costruttore ha mostrato a Simone in totale?

Risoluzione:

Per poter avere un pavimento senza buchi, bisogna avere le piastrelle che si possano accostare l'un l'altra e arrivare ad un angolo giro completo. Visto che l'angolo giro deve essere raggiunto con un numero intero di piastrelle, bisogna che l'angolo del poligono regolare sia un divisore intero di 360°. Di poligoni regolari di questo tipo ci sono solo:
triangolo equilatero, quadrato e esagono regolare. Quindi in totale Simone ha visto 3 piastrelle per tre colori. In totale 9

Problema Novembre (cat. 2-3 Superiore)

Testo:

A DiarikTown si sta facendo il censimento autunnale delle strutture di ricerca, e si parte con quelle di matematica. Tuttavia, il censore, che è un grande appassionato di problemi, fa calcolare ai suoi colleghi il numero dei centri attraverso un suo quesito. "Si sa che il numero di MathLabs - dice - ha lo stesso numero di divisori del numero 3351941. Inoltre, il prodotto dei divisori del numero da cercare vale 11390625000000." Quanti sono I MathLab a DiarikTown?

Risoluzione:

Partiamo scomponendo il numero 3351941, che è = $37\cdot17\cdot73^2$. Il numero dei divisori di un numero è uguale al prodotto tra loro degli esponenti dei fattori di quel numero maggiorati tutti di uno. Perciò qui i divisori totali sono 3·2·2=12. Poichè il prodotto dei divisori di un numero è espresso dalla formula $n^{\frac{d}{2}}$ (con n che indica il numero e d il numero dei suoi divisori). Dunque vale $X^{\frac{12}{2}} = 11390625000000$, dunque, facendone la radice, si ottiene X=150. Questo è il numero dei centri MathLab presenti a DiarikTown.

Problema Novembre (cat. 4-5 Superiore)

Testo:

A DiarikTown è ora dell'annuale MathDay, giorno nel quale ogni cittadino deve sfidare un suo amico ponendogli un problema di matematica. L'anno scorso Gigi ha posto il suo problema a Dani, e perciò stavolta vuole che sia Simo a rispondere al suo quesito. "Considera un triangolo ABC inscritto in una circonferenza. Traccia la bisettrice uscente da B, che interseca in D il lato AC. D è il baricentro del triangolo BCF, che va costruito con F sull'arco AC dalla parte opposta di B. Sia N l'intersezione tra BF e AC, si sa che N è compreso tra A e D. Il prolungamento di BD interseca FC nel suo punto medio M. Sapendo che BCF è rettangolo in C, calcola il rapporto tra AN e BD." Cosa deve rispondere Simo per vincere la sfida? (Si approssimi il valore ottenuto all'unità più vicina)

Risoluzione:

Ĉ = 90° quindi BF è un diametro. Il lato AC passa per N (CN è una mediana di BCF), quindi anche B̂ è retto. BD è bisettrice di B̂, quindi $D\hat{B}C$=45°. D è il baricentro di BCF, quindi divide la mediana CN (che è un raggio) in due parti una doppia dell'altra, in particolare ND=$\frac{1}{3}$R (R è il raggio) e DC=$\frac{2}{3}$R. Segue che AD=$\frac{4}{3}$R.

Per il teorema della bisettrice nel triangolo ABC, si ha che AD:DC=AB:BC ed essendo AD il doppio di DC, segue che AB=2·BC. Indicando BC con x e applicando il teorema di Pitagora, si ottiene $x^2 + 4x^2 = 4R^2$, da cui x =$\frac{2\sqrt{5}}{5}$R=BC e AB=$\frac{4\sqrt{5}}{5}$R.

Il triangolo BCM è rettangolo isoscele, quindi BM=BC·$\sqrt{2}$ =$\frac{2\sqrt{10}}{5}$ R. Essendo D il baricentro di BCF, si ricava che BD=$\frac{2}{3}\cdot\frac{2\sqrt{10}}{5}$ R =$\frac{4\sqrt{10}}{15}$R e DM=$\frac{2\sqrt{10}}{15}$R.

Da cui $\frac{AN}{BD} = \frac{R}{\frac{4\sqrt{10}}{15}R} = \frac{3\sqrt{10}}{8}$. Questa frazione vale circa 1,18, che approssimata all'unità più vicina è 1.